

**Facultad de Ciencias**  
**Graduado/a en Matemáticas**  
**GUÍA DOCENTE DE LA ASIGNATURA :**  
**Geometría Diferencial y Aplicaciones**  
**(2018 - 2019)**

## 1. Datos descriptivos de la asignatura

<b>Asignatura: Geometría Diferencial y Aplicaciones</b>	<b>Código: 299342907</b>
<ul style="list-style-type: none"><li>- Centro: <b>Facultad de Ciencias</b></li><li>- Lugar de impartición: <b>Facultad de Ciencias</b></li><li>- Titulación: <b>Graduado/a en Matemáticas</b></li><li>- Plan de Estudios: <b>G034 (Publicado en 2012-01-05)</b></li><li>- Rama de conocimiento: <b>Ciencias</b></li><li>- Itinerario / Intensificación:</li><li>- Departamento/s: <b>Matemáticas, Estadística e Investigación Operativa</b></li><li>- Área/s de conocimiento: <b>Geometría y Topología</b></li><li>- Curso: <b>4</b></li><li>- Carácter: <b>Optativa</b></li><li>- Duración: <b>Segundo cuatrimestre</b></li><li>- Créditos ECTS: <b>6,0</b></li><li>- Modalidad de impartición: <b>Presencial</b></li><li>- Horario: <b>Enlace al horario</b></li><li>- Dirección web de la asignatura: <b><a href="http://www.campusvirtual.ull.es">http://www.campusvirtual.ull.es</a></b></li><li>- Idioma: <b>Español/Inglés (75%/25%)</b></li></ul>	

## 2. Requisitos para cursar la asignatura

No existen requisitos para cursar esta asignatura. Altamente recomendable haber cursado la asignatura Geometría Diferencial

## 3. Profesorado que imparte la asignatura

<b>Profesor/a Coordinador/a: EDITH PADRON FERNANDEZ</b>	
<ul style="list-style-type: none"><li>- Grupo: <b>Teoría, PA y PE</b></li><li>- Departamento: <b>Matemáticas, Estadística e Investigación Operativa</b></li><li>- Área de conocimiento: <b>Geometría y Topología</b></li></ul>	
Tutorías Primer cuatrimestre:	
<b>Horario:</b>  Lunes y Miércoles de 17:00 - 20:00	<b>Lugar:</b>  Despacho 76 (3ª planta) en Edif. Secciones de Matemáticas y Física, Facultad de Ciencias
Tutorías Segundo cuatrimestre:	

**Horario:**

Lunes y Miércoles de 17:00 - 20:00

- Teléfono (despacho/tutoría): **922318162**
- Correo electrónico: **mepadron@ull.es**
- Web docente: **<http://www.campusvirtual.ull.es>**

**Lugar:**

Despacho 76 (3ª planta) en Edif. Facultades de Matemáticas y Física

#### 4. Contextualización de la asignatura en el plan de estudio

Bloque formativo al que pertenece la asignatura: **Optativas**

Perfil profesional: **Graduado/a en Matemáticas**

#### 5. Competencias

##### Específicas

**CE1** - Comprender y utilizar el lenguaje matemático. Adquirir la capacidad para enunciar proposiciones en distintos campos de la Matemática, para construir demostraciones y para transmitir los conocimientos matemáticos adquiridos.

**CE3** - Asimilar la definición de un nuevo objeto matemático, en términos de otros ya conocidos, y ser capaz de utilizar este objeto en diferentes contextos.

**CE4** - Saber abstraer las propiedades estructurales (de objetos matemáticos, de la realidad observada, y de otros ámbitos) distinguiéndolas de aquellas puramente ocasionales y poder comprobarlas con demostraciones o refutarlas con contraejemplos, así como identificar errores en razonamientos incorrectos.

**CE5** - Aprender de manera autónoma nuevos conocimientos y técnicas de las Matemáticas.

**CE6** - Proponer, analizar, validar e interpretar modelos de situaciones reales sencillas, utilizando las herramientas matemáticas más adecuadas a los fines que se persigan.

**CE7** - Resolver problemas de Matemáticas, mediante habilidades de cálculo básico y otros, planificando su resolución en función de las herramientas de que se disponga y de las restricciones de tiempo y recursos.

##### Básicas

**CB4** - Que los estudiantes puedan transmitir información, ideas, problemas y soluciones a un público tanto especializado como no especializado.

**CB5** - Que los estudiantes hayan desarrollado aquellas habilidades de aprendizaje necesarias para emprender estudios posteriores con un alto grado de autonomía.

#### 6. Contenidos de la asignatura

##### Contenidos teóricos y prácticos de la asignatura

Tema 1.- Variedades diferenciables  
1.0 Preliminares: Superficies

- 1.1 Definición de variedad diferenciable
- 1.2 Ejemplos
- 1.3 Variedades producto y cocientes. Espacios proyectivos
- 1.4 Espacios de configuración de sistemas mecánicos

#### Tema 2.- Aplicaciones diferenciables

- 2.1 Función diferenciable
- 2.2 Aplicaciones diferenciables entre variedades

#### Tema 3.- Fibrado tangente y campos de vectores tangentes

- 3.1 Vector tangente. Espacio tangente en un punto de una variedad diferenciable
- 3.2 Fibrado tangente
- 3.3 Campos de vectores tangentes a una variedad diferenciable
- 3.4 Corchete de Lie de campos de vectores
- 3.5 Flujo de un campo de vectores y grupo uniparamétrico de transformaciones

#### Tema 4.- Inmersiones, sumersiones y subvariedades

- 4.1 Rango de una aplicación diferenciable. Teorema del rango
- 4.2 Inmersiones y sumersiones
- 4.3 Subvariedades inmersas y embebidas
- 4.4 Ejemplos

#### Tema 5.- Fibrado cotangente y formas diferenciales

- 5.1 Covectores. Espacio cotangente en un punto de una variedad diferenciable
- 5.2 Fibrado cotangente
- 5.3 Formas diferenciales
- 5.4 Operador diferencial. Cohomología de De Rham

#### Tema 6. Formulación geométrica de la Mecánica Hamiltoniana

- 6.1 Mecánica Hamiltoniana
- 6.2 Forma simpléctica sobre una variedad
- 6.3 Formulación geométrica de las ecuaciones de Hamilton

#### Actividades a desarrollar en otro idioma

Las tareas que se realicen a lo largo del curso se entregarán en inglés. También aparecerán en inglés todo el material, incluyendo el entorno de aula virtual y las transparencias que se expongan en las clases. En inglés se impartirán los objetivos y comentarios iniciales de los epígrafes que conforman cada uno de los temas del curso.

### 7. Metodología y volumen de trabajo del estudiante

#### Descripción

Las clases teóricas se dedicarán a la exposición de contenidos, presentación de ejemplos y resolución de problemas o ejercicios complementarios que hagan más sencilla la comprensión de la materia. En ocasiones el modelo se aproximará a la lección magistral y en otras se procurará una mayor implicación del alumno. Las clases de problemas estarán dedicadas a la

resolución de problemas y su posterior corrección y puesta en común.

**Actividades formativas en créditos ECTS, su metodología de enseñanza-aprendizaje y su relación con las competencias que debe adquirir el estudiante**

Actividades formativas	Horas presenciales	Horas de trabajo autónomo	Total horas	Relación con competencias
Clases teóricas	30,00	45,00	75,0	[CE1], [CE3], [CE5], [CE6], [CE7]
Clases prácticas (aula / sala de demostraciones / prácticas laboratorio)	23,00	0,00	23,0	[CB4], [CB5], [CE1], [CE3], [CE4], [CE5], [CE6], [CE7]
Preparación de exámenes	0,00	22,50	22,5	[CE1], [CE3], [CE5], [CE6], [CE7]
Realización de exámenes	3,00	0,00	3,0	[CB4], [CB5], [CE1], [CE6], [CE7]
Otros (seguimientos, seminarios y tutorías)	4,00	22,50	26,5	[CB4], [CB5], [CE1], [CE3], [CE5], [CE6], [CE7]
Total horas	60.0	90.0	150.0	
		Total ECTS	6,00	

## 8. Bibliografía / Recursos

### Bibliografía Básica

Boothby, W. M.: An introduction to Differentiable Manifolds and Riemannian Geometry (2nd. edition). Academic Press, Inc. New York, 1986.

[BULL  
]

W. D. Curtis and F. R. Miller: Differential manifolds and theoretical physics. Academic Press, Inc. San Diego, New York, 1985.

[BULL]

Loring W. Tu: An Introduction to manifolds, Springer New York, 16 dic. 2007 - 368 páginas [BULL]

### Bibliografía Complementaria

Helgason, S.: Differential Geometry, Lie Groups and Symmetric Spaces. Academic Press., New York, 1978

[BULL]

Warner, F. W. : Foundations of Differentiable Manifolds and Lie Groups. Scott Foresmann, Illinois, 1971.

[BULL]

Libro de ejercicios:

Gadea P. M., Masqué J. M. and Mykytyuk. I. V.: Analysis and Algebra on Differentiable Manifolds (2nd edition), Springer, London, 2013 [BULL]

#### Otros Recursos

Plataforma de docencia virtual de la ull.

### 9. Sistema de evaluación y calificación

#### Descripción

La adquisición de las competencias por el estudiante se verificará mediante una combinación de examen final y evaluación continua. En esta última se evaluará la participación y el rendimiento del estudiante en las clases teóricas y prácticas, tutorías, dos pruebas intermedias, así como su respuesta a otros trabajos que podrán ser planteados por el profesor. No se exigen requisitos mínimos para acceder a la evaluación continua.

La calificación final de la asignatura será la máxima entre la nota del examen final y la ponderación del examen final con la evaluación continua, dándole a esta última un peso del 80%.

#### Estrategia Evaluativa

Tipo de prueba	Competencias	Criterios	Ponderación
Pruebas objetivas	[CB4], [CB5], [CE1], [CE5], [CE6], [CE7]	Se realizarán dos pruebas a lo largo del semestre. Se calibrará el nivel de asimilación de la asignatura	70 %
Pruebas de desarrollo	[CB4], [CB5], [CE1], [CE3], [CE5], [CE6], [CE7]	Examen final de carácter general dentro de las convocatorias oficiales	20 %
Trabajos y proyectos	[CB4], [CE1], [CE5], [CE6], [CE7]	Problemas en grupos realizados en clase	10 %

### 10. Resultados de Aprendizaje

- Manejar las nociones de variedad y subvariedad.
- Saber trabajar con coordenadas adaptadas a una variedad y a una subvariedad.
- Conocer y manejar la estructura de Grupo de Lie.
- Describir la estructura diferenciable de los fibrados tangente y cotangente de una variedad.
- Comprender las nociones de variedad y fibrados tangente y cotangente como modelos matemáticos aplicados a la Mecánica.
- Entender los campos de vectores como sistemas de ecuaciones de primer orden y sus curvas integrales como las soluciones de los mismos.
- Dominar el cálculo diferencial en variedades.

- Relacionar algunos conceptos de la geometría diferencial con la Mecánica Clásica

## 11. Cronograma / calendario de la asignatura

### Descripción

La asignatura se desarrollará en 15 semanas de clase, con 4 horas de clase presencial por semana, 2 de teoría y 2 de prácticas en grupo único (lunes y miércoles).

La distribución de los temas y de las actividades de enseñanza-aprendizaje por semanas es orientativo y puede sufrir cambios según las necesidades de organización docente. Para la asignación de horas por semana se ha tenido en cuenta el calendario académico de la ULL.

### Segundo cuatrimestre

Semana	Temas	Actividades de enseñanza aprendizaje	Horas de trabajo presencial	Horas de trabajo autónomo	Total
Semana 1:	Tema 1	1.1 Definición de variedad diferenciable. 1.2 Ejemplos	4.00	3.00	7.00
Semana 2:	Tema 1	1.3 Variedades producto y cocientes. Espacios proyectivos. 1.4 Espacio de configuración de sistemas mecánicos.	4.00	5.50	9.50
Semana 3:	Tema 2	2.1 Función diferenciable 2.2 Aplicaciones diferenciables entre variedades	2.00	5.50	7.50
Semana 4:	Temas 3	3.1 Vector tangente. Espacio tangente en un punto de una variedad diferenciable 3.2 Fibrado tangente	6.00	5.50	11.50
Semana 5:	Temas 3	3.3 Campos de vectores tangentes a una variedad diferenciable 3.4 Corchete de Lie de campos de vectores	4.00	5.50	9.50
Semana 6:	Tema 3	3.5 Flujo de un campo de vectores y grupo uniparamétrico de transformaciones	5.00	5.50	10.50

Semana 7:	Tema 4	4.1 Rango de una aplicación diferenciable. Teorema del rango	4.00	4.50	8.50
Semana 8:	Tema 4	4.2 Inmersiones y sumersiones	4.00	4.50	8.50
Semana 9:	Tema 4	4.3 Subvariedades inmersas y embebidas 4.4 Ejemplos	4.00	4.50	8.50
Semana 10:	Tema 5	5.1 Covectores. Espacio cotangente en un punto de una variedad diferenciable 5.2 Fibrado cotangente	4.00	5.50	9.50
Semana 11:	Tema 5	5.3 Formas diferenciales	4.00	3.50	7.50
Semana 12:	Tema 5	5.4 Operador diferencial. Cohomología de De Rham	4.00	4.50	8.50
Semana 13:	Tema 6	6.1 Mecánica Hamiltoniana 6.2 Forma simpléctica sobre una variedad	4.00	4.50	8.50
Semana 14:	Tema 6	6.2 Forma simpléctica sobre una variedad 6.3 Formulación geométrica de las ecuaciones de Hamilton	4.00	5.50	9.50
Semana 15:	Exámenes y entrega de trabajos	Exámenes y entrega de trabajos	0.00	12.50	12.50
Semana 16 a 18:	Exámenes y entrega de trabajos	Exámenes y entrega de trabajos	3.00	10.00	13.00
Total			60.00	90.00	150.00