

**Facultad de Ciencias**  
**Graduado/a en Matemáticas**  
**GUÍA DOCENTE DE LA ASIGNATURA :**  
  
**Medida e Integración**  
**(2020 - 2021)**

## 1. Datos descriptivos de la asignatura

<b>Asignatura: Medida e Integración</b>	<b>Código: 549583202</b>
<ul style="list-style-type: none"><li>- Centro: <b>Facultad de Ciencias</b></li><li>- Lugar de impartición: <b>Facultad de Ciencias</b></li><li>- Titulación: <b>Graduado/a en Matemáticas</b></li><li>- Plan de Estudios: <b>G058 (Publicado en 2019-11-27)</b></li><li>- Rama de conocimiento: <b>Ciencias</b></li><li>- Itinerario / Intensificación:</li><li>- Departamento/s: <b>Análisis Matemático</b></li><li>- Área/s de conocimiento: <b>Análisis Matemático</b> <b>Matemática Aplicada</b></li><li>- Curso: <b>3</b></li><li>- Carácter: <b>Obligatoria</b></li><li>- Duración: <b>Segundo cuatrimestre</b></li><li>- Créditos ECTS: <b>6,0</b></li><li>- Modalidad de impartición: <b>Presencial</b></li><li>- Horario: <b>Enlace al horario</b></li><li>- Dirección web de la asignatura: <b><a href="http://www.campusvirtual.ull.es">http://www.campusvirtual.ull.es</a></b></li><li>- Idioma: <b>Español</b></li></ul>	

## 2. Requisitos para cursar la asignatura

No existen requisitos para cursar esta asignatura.

## 3. Profesorado que imparte la asignatura

<b>Profesor/a Coordinador/a: LOURDES RODRIGUEZ MESA</b>
- Grupo:
<b>General</b> <ul style="list-style-type: none"><li>- Nombre: <b>LOURDES</b></li><li>- Apellido: <b>RODRIGUEZ MESA</b></li><li>- Departamento: <b>Análisis Matemático</b></li><li>- Área de conocimiento: <b>Análisis Matemático</b></li></ul>

#### Contacto

- Teléfono 1: **922319144**
- Teléfono 2:
- Correo electrónico: **lrguez@ull.es**
- Correo alternativo: **lrguez@ull.edu.es**
- Web: **<http://www.campusvirtual.ull.es>**

#### Tutorías primer cuatrimestre:

Desde	Hasta	Día	Hora inicial	Hora final	Localización	Despacho
Todo el cuatrimestre		Lunes	12:00	14:00	Edificio Central - CE.1A	5
Todo el cuatrimestre		Martes	12:00	14:00	Edificio Central - CE.1A	5
Todo el cuatrimestre		Miércoles	12:00	14:00	Edificio Central - CE.1A	5

Observaciones: Cualquier cambio será comunicado a través del aula virtual de las asignaturas. Las tutorías serán previa cita.

#### Tutorías segundo cuatrimestre:

Desde	Hasta	Día	Hora inicial	Hora final	Localización	Despacho
Todo el cuatrimestre		Lunes	12:00	14:00	Edificio Central - CE.1A	5
Todo el cuatrimestre		Martes	12:00	14:00	Edificio Central - CE.1A	5
Todo el cuatrimestre		Miércoles	12:00	14:00	Edificio Central - CE.1A	5

Observaciones: Cualquier cambio será comunicado a través del aula virtual de las asignaturas. Las tutorías serán previa cita.

## 4. Contextualización de la asignatura en el plan de estudio

Bloque formativo al que pertenece la asignatura: **Análisis Matemático**  
Perfil profesional: **Graduado/a en Matemáticas**

## 5. Competencias

### Generales

**CG4** - Capacitar para la utilización de los conocimientos teóricos y prácticos adquiridos en la definición y planteamiento de problemas y en la búsqueda de sus soluciones tanto en contextos académicos como profesionales.

### Básicas

**CB2** - Que los estudiantes sepan aplicar sus conocimientos a su trabajo o vocación de una forma profesional y posean las competencias que suelen demostrarse por medio de la elaboración y defensa de argumentos y la resolución de problemas dentro de su área de estudio.

#### Específicas

**CE1** - Comprender y utilizar el lenguaje matemático. Adquirir la capacidad para enunciar proposiciones en distintos campos de la Matemática, para construir demostraciones y para transmitir los conocimientos matemáticos adquiridos.

**CE3** - Asimilar la definición de un nuevo objeto matemático, en términos de otros ya conocidos, y ser capaz de utilizar este objeto en diferentes contextos.

**CE7** - Resolver problemas de Matemáticas, mediante habilidades de cálculo básico y otros, planificando su resolución en función de las herramientas de que se disponga y de las restricciones de tiempo y recursos.

## 6. Contenidos de la asignatura

### Contenidos teóricos y prácticos de la asignatura

**Tema 1. Medida de Lebesgue.** Preliminares: conceptos topológicos, conjuntos de Borel, conjunto de Cantor. Medida exterior y sus propiedades. Conjuntos medibles Lebesgue. La medida de Lebesgue.

**Tema 2. Funciones medibles Lebesgue.** Caracterización de las funciones medibles. Operaciones con funciones medibles. Propiedad "casi todo punto". Funciones simples. Resultado de aproximación para funciones medibles. Teorema de Egorov. Función de Cantor

**Tema 3. La integral de Lebesgue.** Integración de funciones simples con soporte de medida finita. Integración de funciones medibles acotadas con soporte de medida finita. Teorema de convergencia acotada. Integración de funciones medibles no negativas. Lema de Fatou. Teorema de la convergencia monótona. Integración de funciones complejas. Teorema de la convergencia dominada. Comparación de la integral de Lebesgue con la integral de Riemann.

**Tema 4. Derivación e Integración de funciones medibles.** Diferenciación de la integral. Función maximal de Hardy-Littlewood. Teorema de diferenciación de Lebesgue. Diferenciación de funciones monótonas. Funciones de variación acotada. Continuidad absoluta.

### Actividades a desarrollar en otro idioma

El plan de estudios no establece la obligatoriedad de desarrollar actividades en otro idioma en esta asignatura.

## 7. Metodología y volumen de trabajo del estudiante

### Descripción

La docencia se impartirá de manera presencial en las aulas y con los horarios establecidos por la Facultad y con un aforo presencial limitado de alumnado, cuyo número dependerá de las condiciones del aula teniendo en cuenta las medidas de distanciamiento físico exigidas. Para el alumnado que no acuda presencialmente a las clases, la docencia se retransmitirá en directo por medio de sistemas de videoconferencia (Google Meet).

La metodología que se llevará a cabo en esta asignatura incluye:

- Clases magistrales donde se expondrán los conceptos y las técnicas incluidos en el programa.
- Clases de problemas en aula dedicadas a la resolución de ejercicios y cuestiones en las que se aplicarán los conocimientos adquiridos en las clases teóricas.
- Trabajo y estudio personal por parte del estudiante (resolución de hojas de problemas, preparación de exámenes).
- Evaluación (pruebas escritas, utilizadas en la evaluación de los estudiantes)

**Actividades formativas en créditos ECTS, su metodología de enseñanza-aprendizaje y su relación con las competencias que debe adquirir el estudiante**

Actividades formativas	Horas presenciales	Horas de trabajo autónomo	Total horas	Relación con competencias
Clases teóricas	30,00	0,00	30,0	[CE3], [CE1], [CG4]
Clases prácticas (aula / sala de demostraciones / prácticas laboratorio)	27,00	0,00	27,0	[CE7], [CE3], [CE1], [CB2], [CG4]
Estudio/preparación de clases teóricas	0,00	34,00	34,0	[CE3], [CE1], [CG4]
Estudio/preparación de clases prácticas	0,00	33,50	33,5	[CE7], [CE3], [CE1], [CG4]
Preparación de exámenes	0,00	22,50	22,5	[CE7], [CB2]
Realización de exámenes	3,00	0,00	3,0	[CE7], [CE3], [CE1], [CB2], [CG4]
Total horas	60,00	90,00	150,00	
		Total ECTS	6,00	

## 8. Bibliografía / Recursos

### Bibliografía Básica

- E. M. Stein, R. Shakarchi. Real Analysis: Measure Theory, Integration, and Hilbert Spaces. Princeton Univ. Press, 2005.
- Joan Cerdá. Análisis Real. Editions Universitat de Barcelona, 1996.
- G. Folland. Real Analysis; 2nd edition. John Wiley, 1999.

### Bibliografía Complementaria

G. de Barra. Measure Theory and Integration. John Wiley, 1981.

W. Rudin. Análisis real y complejo. McGraw Hill, 1974.

T. Tao. An Introduction to Measure Theory. American Mathematical Society, 2011.

#### Otros Recursos

- <http://ocw.mit.edu/courses/mathematics/18-125-measure-and-integration-fall-2003/>

- <https://terrytao.wordpress.com/category/teaching/245a-real-analysis/>

## 9. Sistema de evaluación y calificación

### Descripción

El procedimiento de evaluación se rige por el vigente Reglamento de Evaluación y Calificación de la ULL y lo dispuesto en la Memoria de Modificación del Grado en Matemáticas (febrero de 2019).

El alumno puede optar por una de las modalidades de evaluación: continua o única.

Para la **evaluación continua** se realizarán dos exámenes parciales a lo largo del cuatrimestre consistentes en pruebas escritas con preguntas teóricas de respuesta corta o de desarrollo y/o preguntas prácticas de resolución de problemas. Se sacará la nota media de las notas obtenidas en cada parcial siempre y cuando estas sean iguales o superiores a 4.5. Además se pedirá el desarrollo de un trabajo y la realización de algunas tareas que se repartirán a lo largo del cuatrimestre.

En la modalidad de **evaluación única** se realizará un examen final consistente en preguntas teóricas de respuesta corta o de desarrollo y/o preguntas prácticas de resolución de problemas, dentro de las convocatorias oficiales.

### Estrategia Evaluativa

Tipo de prueba	Competencias	Criterios	Ponderación
Pruebas de respuesta corta	[CE7], [CE3], [CE1], [CG4]	- Propiedad y rigor en la terminología y la notación. - Resultados correctos y bien justificados.	20,00 %
Pruebas de desarrollo	[CE7], [CE3], [CE1], [CB2], [CG4]	- Propiedad y rigor en la terminología y la notación. - Resultados correctos y bien justificados.	40,00 %
Trabajos y proyectos	[CE7], [CE3], [CE1], [CG4]	- Propiedad y rigor en la terminología y la notación. - Resultados correctos y bien justificados.	20,00 %
Pruebas de ejecuciones de tareas reales y/o simuladas	[CE7], [CE3], [CE1], [CG4]	- Propiedad y rigor en la terminología y la notación. - Resultados correctos y bien justificados.	20,00 %

## 10. Resultados de Aprendizaje

- Conocer los fundamentos y técnicas básicas de la teoría de la medida y de la integración.
- Ser capaz de captar y profundizar en la idea intuitiva de "medir" conjuntos.
- Saber relacionar la noción de medida con la de integración.
- Conocer y aplicar los teoremas de la convergencia monótona, convergencia dominada, el lema de Fatou y el teorema de Fubini.

## 11. Cronograma / calendario de la asignatura

### Descripción

La asignatura se desarrolla en 14 semanas de clase según la siguiente estructura:

- 2 horas semanales de sesiones teóricas (T).
- 2 horas semanales de sesiones prácticas (P).

La distribución de los temas y actividades por semana es orientativa y puede sufrir cambios en función de las necesidades de organización docente. Asimismo, el calendario de los parciales es, igualmente, orientativo y se fijará en la agenda de tercer curso, en coordinación con el resto de asignaturas del cuatrimestre. La agenda de tercer curso así como el calendario de exámenes de las convocatorias oficiales pueden encontrarse en la dirección <https://www.ull.es/grados/matematicas/informacion-academica/horarios-y-calendario-examenes>.

### Segundo cuatrimestre

Semana	Temas	Actividades de enseñanza aprendizaje	Horas de trabajo presencial	Horas de trabajo autónomo	Total
Semana 1:	Tema 1	Desarrollo teórico-práctico del Tema 1	4.00	6.00	10.00
Semana 2:	Tema 1	Desarrollo teórico-práctico del Tema 1	3.00	6.00	9.00
Semana 3:	Tema 1	Desarrollo teórico-práctico del Tema 1	4.00	6.00	10.00
Semana 4:	Tema 2	Desarrollo teórico-práctico del Tema 2	4.00	6.00	10.00
Semana 5:	Tema 2	Desarrollo teórico-práctico del Tema 2	4.00	6.00	10.00
Semana 6:	Tema 2	Desarrollo teórico-práctico del Tema 2	4.00	6.00	10.00
Semana 7:	Tema 2, Primer Parcial	Desarrollo teórico-práctico del Tema 2. Primer Parcial	5.50	7.50	13.00
Semana 8:	Tema 3	Desarrollo teórico-práctico del Tema 3	4.00	6.00	10.00
Semana 9:	Tema 3	Desarrollo teórico-práctico del Tema 3	4.00	6.00	10.00
Semana 10:	Tema 3	Desarrollo teórico-práctico del Tema 3	3.00	6.00	9.00

Semana 11:	Tema 3	Desarrollo teórico-práctico del Tema 3	4.00	6.00	10.00
Semana 12:	Tema 4	Desarrollo teórico-práctico del Tema 4	4.00	6.00	10.00
Semana 13:	Tema 4	Desarrollo teórico-práctico del Tema 4	4.00	6.00	10.00
Semana 14:	Tema 4, Segundo Parcial	Desarrollo teórico-práctico del Tema 4. Segundo Parcial	5.50	7.50	13.00
Semana 15 a 17:		Examen final	3.00	3.00	6.00
Total			60.00	90.00	150.00