

# **Facultad de Ciencias**

## **Graduado/a en Matemáticas**

**GUÍA DOCENTE DE LA ASIGNATURA (ESCENARIO 0):**

**Variable Compleja**  
**(2021 - 2022)**

## 1. Datos descriptivos de la asignatura

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |                          |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------|
| <b>Asignatura: Variable Compleja</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | <b>Código: 549583102</b> |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>- Centro: <b>Facultad de Ciencias</b></li> <li>- Lugar de impartición: <b>Facultad de Ciencias</b></li> <li>- Titulación: <b>Graduado/a en Matemáticas</b></li> <li>- Plan de Estudios: <b>G034 (Publicado en 2019-11-27)</b></li> <li>- Rama de conocimiento: <b>Ciencias</b></li> <li>- Itinerario / Intensificación:</li> <li>- Departamento/s:<br/><b>Análisis Matemático</b></li> <li>- Área/s de conocimiento:<br/><b>Análisis Matemático</b><br/><b>Matemática Aplicada</b></li> <li>- Curso: <b>3</b></li> <li>- Carácter: <b>Obligatoria</b></li> <li>- Duración: <b>Primer cuatrimestre</b></li> <li>- Créditos ECTS: <b>6,0</b></li> <li>- Modalidad de impartición: <b>Presencial</b></li> <li>- Horario: <b>Enlace al horario</b></li> <li>- Dirección web de la asignatura: <b><a href="http://www.campusvirtual.ull.es">http://www.campusvirtual.ull.es</a></b></li> <li>- Idioma: <b>Español</b></li> </ul> |                          |

## 2. Requisitos para cursar la asignatura

No existen requisitos para cursar esta asignatura.

## 3. Profesorado que imparte la asignatura

|                                                                                                                                                                                                                                                       |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Profesor/a Coordinador/a: MARÍA JOSÉ MARTÍN GÓMEZ</b>                                                                                                                                                                                              |
| - Grupo: <b>G1, PA101 y PA102.</b>                                                                                                                                                                                                                    |
| <b>General</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Nombre: <b>MARÍA JOSÉ</b></li> <li>- Apellido: <b>MARTÍN GÓMEZ</b></li> <li>- Departamento: <b>Análisis Matemático</b></li> <li>- Área de conocimiento: <b>Análisis Matemático</b></li> </ul> |

#### Contacto

- Teléfono 1: **922316502 + 6253**
- Teléfono 2:
- Correo electrónico: **mmartigo@ull.es**
- Correo alternativo: **maria.martin@ull.es**

#### Tutorías primer cuatrimestre:

| Desde                | Hasta | Día    | Hora inicial | Hora final | Localización                             | Despacho               |
|----------------------|-------|--------|--------------|------------|------------------------------------------|------------------------|
| Todo el cuatrimestre |       | Lunes  | 17:30        | 19:30      | Edificio de Física y Matemáticas - AN.2B | Planta 5, despacho 102 |
| Todo el cuatrimestre |       | Martes | 14:00        | 18:00      | Edificio de Física y Matemáticas - AN.2B | Planta 5, despacho 102 |

Observaciones: El lugar y horario de tutorías pueden sufrir modificaciones puntuales que serán oportunamente comunicadas a través del aula virtual de la asignatura. Fuera del horario habitual, se atenderá previa cita.

#### Tutorías segundo cuatrimestre:

| Desde                | Hasta | Día    | Hora inicial | Hora final | Localización                             | Despacho               |
|----------------------|-------|--------|--------------|------------|------------------------------------------|------------------------|
| Todo el cuatrimestre |       | Lunes  | 17:30        | 19:30      | Edificio de Física y Matemáticas - AN.2B | Planta 5, despacho 102 |
| Todo el cuatrimestre |       | Martes | 14:00        | 18:00      | Edificio de Física y Matemáticas - AN.2B | Planta 5, despacho 102 |

Observaciones: El lugar y horario de tutorías pueden sufrir modificaciones puntuales que serán oportunamente comunicadas a través del aula virtual de la asignatura. Fuera del horario habitual, se atenderá previa cita.

## 4. Contextualización de la asignatura en el plan de estudio

Bloque formativo al que pertenece la asignatura: **Análisis Matemático**  
Perfil profesional: **Graduado/a en Matemáticas**

## 5. Competencias

Generales

**CG4** - Capacitar para la utilización de los conocimientos teóricos y prácticos adquiridos en la definición y planteamiento de problemas y en la búsqueda de sus soluciones tanto en contextos académicos como profesionales.

#### Básicas

**CB2** - Que los estudiantes sepan aplicar sus conocimientos a su trabajo o vocación de una forma profesional y posean las competencias que suelen demostrarse por medio de la elaboración y defensa de argumentos y la resolución de problemas dentro de su área de estudio.

#### Específicas

**CE1** - Comprender y utilizar el lenguaje matemático. Adquirir la capacidad para enunciar proposiciones en distintos campos de la Matemática, para construir demostraciones y para transmitir los conocimientos matemáticos adquiridos.

**CE3** - Asimilar la definición de un nuevo objeto matemático, en términos de otros ya conocidos, y ser capaz de utilizar este objeto en diferentes contextos.

**CE7** - Resolver problemas de Matemáticas, mediante habilidades de cálculo básico y otros, planificando su resolución en función de las herramientas de que se disponga y de las restricciones de tiempo y recursos.

## 6. Contenidos de la asignatura

### Contenidos teóricos y prácticos de la asignatura

Tema 1. *Números complejos*. Operaciones aritméticas en el cuerpo de los números complejos. Representación polar. Conjugación. Raíces y potencias. Topología del plano complejo. Esfera de Riemann.

- Tema 2. *Funciones holomorfas*. Funciones complejas. Límites y continuidad. Derivada compleja. Ecuaciones de Cauchy-Riemann. Funciones armónicas. La función exponencial. Funciones trigonométricas e hiperbólicas. Función argumento. La función logaritmo. Series de potencias. Principio de los ceros aislados.

- Tema 3. *Fórmula integral de Cauchy y sus aplicaciones*. Fórmula de Green. Fórmula integral de Cauchy. Principio del módulo máximo. Teorema de Liouville. Lema de Schwarz. Equivalencia entre holomorfía y analiticidad. Teorema de Morera. La función primitiva en un dominio simplemente conexo. Teorema de Cauchy.

- Tema 4. *Cálculo de residuos*. Singularidades aisladas. Teorema de la singularidad evitable de Riemann. Series de Laurent. Teorema de los residuos. Aplicaciones al cálculo de integrales. Otras aplicaciones.

### Actividades a desarrollar en otro idioma

El plan de estudios no establece la obligatoriedad de desarrollar actividades en otro idioma dentro de esta asignatura. No obstante, a lo largo del desarrollo del curso y en la totalidad de los temas considerados en los contenidos de la asignatura, se recomendará la consulta de literatura y páginas web especializadas en inglés.

## 7. Metodología y volumen de trabajo del estudiante

### Descripción

En la docencia de la asignatura se podrán aplicar las siguientes metodologías:

- Lección magistral/método expositivo (presentación o explicación por parte del profesorado).
- Clases de problemas, supervisadas por el profesorado.
- Trabajo individual y/o grupal (sesiones de trabajo supervisadas).
- Evaluación (pruebas escritas, orales, prácticas, etc., utilizadas en la evaluación del progreso de los estudiantes).
- Estudio personal (estudio de conceptos, realización de actividades, preparación de trabajos/proyectos/informes, búsqueda de documentación, preparación de pruebas, exámenes, etc.).

### Actividades formativas en créditos ECTS, su metodología de enseñanza-aprendizaje y su relación con las competencias que debe adquirir el estudiante

| Actividades formativas                                                   | Horas presenciales | Horas de trabajo autónomo | Total horas | Relación con competencias         |
|--------------------------------------------------------------------------|--------------------|---------------------------|-------------|-----------------------------------|
| Clases teóricas                                                          | 30,00              | 0,00                      | 30,0        | [CE1], [CG4]                      |
| Clases prácticas (aula / sala de demostraciones / prácticas laboratorio) | 27,00              | 0,00                      | 27,0        | [CE7], [CE3]                      |
| Estudio/preparación de clases teóricas                                   | 0,00               | 34,00                     | 34,0        | [CE1], [CG4]                      |
| Estudio/preparación de clases prácticas                                  | 0,00               | 33,50                     | 33,5        | [CE7], [CE3]                      |
| Preparación de exámenes                                                  | 0,00               | 22,50                     | 22,5        | [CB2]                             |
| Realización de exámenes                                                  | 3,00               | 0,00                      | 3,0         | [CE7], [CE3], [CE1], [CB2], [CG4] |
| Total horas                                                              | 60,00              | 90,00                     | 150,00      |                                   |
| Total ECTS                                                               |                    |                           | 6,00        |                                   |

## 8. Bibliografía / Recursos

### Bibliografía Básica

- D. Alpay: A complex analysis problem book. Birkhäuser, 2010.

- F. Pérez González: Variable compleja. Servicio de Publicaciones ULL, 2018.
- E. B. Saff, A. D. Snider: Fundamentals of complex analysis. Prentice-Hall, 2003.

#### Bibliografía Complementaria

- L. V. Ahlfors: Complex variables. McGraw-Hill, 1978. (Edición en español: Análisis de variable compleja, Aguilar, 1971).
- J. B. Conway: Functions of one complex variable I. Springer, 1995.
- J. W. Brown, R. V. Churchill: Variable compleja y aplicaciones. McGraw-Hill, 2007.
- T. W. Gamelin: Complex analysis. Springer, 2003.
- N. Levinson, R. Redheffer: Curso de variable compleja. Reverté, 1990.
- B. P. Palka: An introduction to complex function theory. Springer-Verlag, 1995.
- D. Pestana, J. M. Rodríguez, F. Marcellán: Variable compleja. Un curso práctico. Síntesis, 1999.
- G. Vera Botí: Variable compleja, problemas y complementos. Textos Universitarios Matemáticos, ElectoLibris, 2013.

#### Otros Recursos

- Listados de problemas propuestos, facilitados por el profesorado.
- Aula de la asignatura en el Campus Virtual de la ULL [  
<https://www.campusvirtual.ull.es>  
].

## 9. Sistema de evaluación y calificación

#### Descripción

El procedimiento de evaluación está regulado por los Estatutos de la ULL, por lo dispuesto en la Memoria de Modificación del Grado en Matemáticas de febrero de 2019 y por el vigente Reglamento de Evaluación y Calificación de la ULL [<http://riull.ull.es/xmlui/handle/915/4096>].

En la evaluación se podrá hacer uso de los siguientes tipos de prueba:

- Pruebas objetivas, de tipo test: pruebas de verdadero/falso, elección múltiple, emparejamiento de elementos...
- Pruebas de respuesta corta: pruebas escritas adecuadas para evaluar terminología, leyes, principios, características, o ejercicios que midan el conocimiento y habilidad para resolver problemas numéricos y manipulación de símbolos matemáticos.
- Pruebas de respuesta larga, de desarrollo: pruebas escritas constituidas por preguntas teórico-prácticas. El interés no sólo se centra en evaluar una respuesta como producto, sino también en obtener información sobre cómo el estudiante estructura o desarrolla la respuesta para llegar al resultado esperado.
- Pruebas de ejecución de tareas reales y/o simuladas: pruebas escritas constituidas por preguntas de contenido práctico (aplicaciones).

Cada estudiante deberá optar por una de dos modalidades de evaluación: continua o única.

La **evaluación continua** constará de:

- Dos seguimientos, que se fijarán en la agenda del curso, consistentes en pruebas objetivas y/o pruebas de respuesta corta. El peso de cada seguimiento en la evaluación continua será del 15%.
- Un examen final, conforme al calendario aprobado por el centro para cada convocatoria, consistente en pruebas de desarrollo y de ejecución de tareas reales y/o simuladas. El peso de este examen en la evaluación continua será del 70%.

Para efectuar la ponderación de los seguimientos con el examen final será necesario obtener una calificación igual o superior a 4 sobre 10 puntos en el examen. En el caso que esta media ponderada sea menor que la nota obtenida en el examen final, se tomará esta última como calificación final del alumno.

Se entenderá que aquellos estudiantes que no concurran a alguno de los dos seguimientos optan por la modalidad de evaluación única.

En la **evaluación única** no se realizarán seguimientos sino un examen final, cuyo peso será del 100%.

En ambas modalidades (continua o única), el alumnado que no asista a la prueba final será calificado en acta con "No presentado".

#### Estrategia Evaluativa

| Tipo de prueba                                        | Competencias                      | Criterios                                                                                            | Ponderación |
|-------------------------------------------------------|-----------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------|
| Pruebas objetivas                                     | [CE7], [CE3], [CG4]               | - Respuestas correctas.                                                                              | 10,00 %     |
| Pruebas de respuesta corta                            | [CE7], [CE3], [CE1], [CG4]        | - Propiedad y rigor en la terminología y la notación.<br>- Resultados correctos y bien justificados. | 20,00 %     |
| Pruebas de desarrollo                                 | [CE7], [CE3], [CE1], [CB2], [CG4] | - Propiedad y rigor en la terminología y la notación.<br>- Resultados correctos y bien justificados. | 50,00 %     |
| Pruebas de ejecuciones de tareas reales y/o simuladas | [CE7], [CE3], [CE1], [CB2], [CG4] | - Propiedad y rigor en la terminología y la notación.<br>- Resultados correctos y bien justificados. | 20,00 %     |

## 10. Resultados de Aprendizaje

- Dominar las operaciones básicas con números complejos, desigualdades y representaciones geométricas.
- Conocer las nociones de función holomorfa y de función analítica (y la relación entre ellas).
- Asimilar los enunciados y las aplicaciones prácticas y teóricas de los distintos teoremas integrales de Cauchy.
- Ser capaz de desarrollar una función en serie de Taylor o Laurent.
- Analizar los tipos de singularidades aisladas de funciones complejas.
- Dominar las aplicaciones del cálculo de residuos.
- Comprender los enunciados de los teoremas básicos (como el teorema de Liouville, teorema de Rouché, teorema del módulo máximo o el lema de Schwarz) y ser capaz de aplicarlos en la resolución de diversos ejercicios.

## 11. Cronograma / calendario de la asignatura

### Descripción

La distribución de los temas es orientativa y está sujeta a posibles cambios en función de las necesidades de organización docente. El calendario de las pruebas de seguimiento se fijará en las agendas del curso, en coordinación con el resto de asignaturas. La prueba final de cada convocatoria se celebrará conforme al calendario de exámenes aprobado por el centro.

| Primer cuatrimestre |        |                                      |                             |                           |       |
|---------------------|--------|--------------------------------------|-----------------------------|---------------------------|-------|
| Semana              | Temas  | Actividades de enseñanza aprendizaje | Horas de trabajo presencial | Horas de trabajo autónomo | Total |
| Semana 1:           | Tema 1 | 4T                                   | 4.00                        | 6.00                      | 10.00 |
| Semana 2:           | Tema 1 | 2T, 2P                               | 4.00                        | 6.00                      | 10.00 |
| Semana 3:           | Tema 1 | 2T, 2P                               | 4.00                        | 6.00                      | 10.00 |
| Semana 4:           | Tema 2 | 2T, 2P                               | 4.00                        | 6.00                      | 10.00 |
| Semana 5:           | Tema 2 | 2T, 2P                               | 4.00                        | 6.00                      | 10.00 |
| Semana 6:           | Tema 2 | 2T, 2P                               | 4.00                        | 6.00                      | 10.00 |
| Semana 7:           | Tema 2 | 2T, 2P                               | 4.00                        | 6.00                      | 10.00 |
| Semana 8:           | Tema 3 | 2T, 2P (S1)                          | 4.00                        | 7.00                      | 11.00 |
| Semana 9:           | Tema 3 | 2T, 2P                               | 4.00                        | 6.00                      | 10.00 |
| Semana 10:          | Tema 3 | 2T, 2P                               | 4.00                        | 6.00                      | 10.00 |
| Semana 11:          | Tema 3 | 2T, 2P                               | 4.00                        | 6.00                      | 10.00 |



|                 |              |                                        |       |       |        |
|-----------------|--------------|----------------------------------------|-------|-------|--------|
| Semana 12:      | Tema 4       | 2T, 2P                                 | 4.00  | 6.00  | 10.00  |
| Semana 13:      | Tema 4       | 2T, 2P                                 | 4.00  | 6.00  | 10.00  |
| Semana 14:      | Tema 4       | 2T, 3P (S2)                            | 5.00  | 7.00  | 12.00  |
| Semana 15:      | Tema 4       | Preparación de la prueba               | 0.00  | 2.00  | 2.00   |
| Semana 16 a 18: | Examen final | Preparación y realización de la prueba | 3.00  | 2.00  | 5.00   |
| Total           |              |                                        | 60.00 | 90.00 | 150.00 |