

# **Facultad de Ciencias**

## **Graduado/a en Matemáticas**

**GUÍA DOCENTE DE LA ASIGNATURA :**

**Geometría Diferencial de Curvas y Superficies**  
**(2022 - 2023)**

## 1. Datos descriptivos de la asignatura

<b>Asignatura: Geometría Diferencial de Curvas y Superficies</b>	<b>Código: 549583105</b>
<ul style="list-style-type: none"><li>- Centro: <b>Facultad de Ciencias</b></li><li>- Lugar de impartición: <b>Facultad de Ciencias</b></li><li>- Titulación: <b>Graduado/a en Matemáticas</b></li><li>- Plan de Estudios: <b>G058 (Publicado en 2019-11-27)</b></li><li>- Rama de conocimiento: <b>Ciencias</b></li><li>- Itinerario / Intensificación:</li><li>- Departamento/s: <b>Matemáticas, Estadística e Investigación Operativa</b></li><li>- Área/s de conocimiento: <b>Geometría y Topología</b></li><li>- Curso: <b>3</b></li><li>- Carácter: <b>Obligatoria</b></li><li>- Duración: <b>Primer cuatrimestre</b></li><li>- Créditos ECTS: <b>6,0</b></li><li>- Modalidad de impartición: <b>Presencial</b></li><li>- Horario: <b>Enlace al horario</b></li><li>- Dirección web de la asignatura: <b><a href="http://www.campusvirtual.ull.es">http://www.campusvirtual.ull.es</a></b></li><li>- Idioma: <b>Español</b></li></ul>	

## 2. Requisitos para cursar la asignatura

No existen requisitos para cursar esta asignatura.

## 3. Profesorado que imparte la asignatura

<b>Profesor/a Coordinador/a: JOSUE REMEDIOS GOMEZ</b>
- Grupo: <b>Teoría, PA101, PA102, PE101, PE102, PE103</b>
<b>General</b> <ul style="list-style-type: none"><li>- Nombre: <b>JOSUE</b></li><li>- Apellido: <b>REMEDIOS GOMEZ</b></li><li>- Departamento: <b>Matemáticas, Estadística e Investigación Operativa</b></li><li>- Área de conocimiento: <b>Geometría y Topología</b></li></ul>

#### Contacto

- Teléfono 1: **922318152**
- Teléfono 2:
- Correo electrónico: **jremed@ull.es**
- Correo alternativo:
- Web: **<http://www.campusvirtual.ull.es>**

#### Tutorías primer cuatrimestre:

Desde	Hasta	Día	Hora inicial	Hora final	Localización	Despacho
Todo el cuatrimestre		Lunes	09:00	11:00	Edificio de Física y Matemáticas - AN.2B	nº 80, (Edificio Blanco)
Todo el cuatrimestre		Lunes	18:00	20:00	Edificio de Física y Matemáticas - AN.2B	nº 80, (Edificio Blanco)
Todo el cuatrimestre		Miércoles	18:00	20:00	Edificio de Física y Matemáticas - AN.2B	nº 80, (Edificio Blanco)

Observaciones: Para evitar esperas innecesarias y aglomeraciones, se debe pedir cita previa al profesor por correo electrónico.

#### Tutorías segundo cuatrimestre:

Desde	Hasta	Día	Hora inicial	Hora final	Localización	Despacho
Todo el cuatrimestre		Martes	10:00	12:00	Edificio de Física y Matemáticas - AN.2B	nº 80, (Edificio Blanco)
Todo el cuatrimestre		Martes	17:30	19:30	Edificio de Física y Matemáticas - AN.2B	nº 80, (Edificio Blanco)
Todo el cuatrimestre		Miércoles	18:00	20:00	Edificio de Física y Matemáticas - AN.2B	nº 80, (Edificio Blanco)

Observaciones: Para evitar esperas innecesarias y aglomeraciones, se debe pedir cita previa al profesor por correo electrónico.

#### 4. Contextualización de la asignatura en el plan de estudio

Bloque formativo al que pertenece la asignatura: **Geometría y Topología**  
Perfil profesional: **Graduado/a en Matemáticas**

## 5. Competencias

### Generales

**CG3** - Desarrollar las capacidades analíticas y de abstracción, la intuición y el pensamiento lógico y riguroso a través del estudio de la Matemática.

**CG5** - Preparar para posteriores estudios especializados, tanto en una disciplina matemática como en cualquiera de las ciencias que requieran buenos fundamentos matemáticos.

### Básicas

**CB5** - Que los estudiantes hayan desarrollado aquellas habilidades de aprendizaje necesarias para emprender estudios posteriores con un alto grado de autonomía.

### Específicas

**CE1** - Comprender y utilizar el lenguaje matemático. Adquirir la capacidad para enunciar proposiciones en distintos campos de la Matemática, para construir demostraciones y para transmitir los conocimientos matemáticos adquiridos.

**CE3** - Asimilar la definición de un nuevo objeto matemático, en términos de otros ya conocidos, y ser capaz de utilizar este objeto en diferentes contextos.

**CE4** - Saber abstraer las propiedades estructurales (de objetos matemáticos, de la realidad observada, y de otros ámbitos) distinguiéndolas de aquellas puramente ocasionales y poder comprobarlas con demostraciones o refutarlas con contraejemplos, así como identificar errores en razonamientos incorrectos.

**CE5** - Aprender de manera autónoma nuevos conocimientos y técnicas de las Matemáticas.

**CE6** - Proponer, analizar, validar e interpretar modelos de situaciones reales sencillas, utilizando las herramientas matemáticas más adecuadas a los fines que se persigan.

**CE7** - Resolver problemas de Matemáticas, mediante habilidades de cálculo básico y otros, planificando su resolución en función de las herramientas de que se disponga y de las restricciones de tiempo y recursos.

## 6. Contenidos de la asignatura

### Contenidos teóricos y prácticos de la asignatura

- Tema 1: **Curvas en el plano y en el espacio:** Curvas parametrizadas. Longitud de una curva. Reparametrizaciones. Curvas geométricas.
- Tema 2: **Triedro de Frenet. Curvatura y torsión de una curva:** Triedro de Frenet. Fórmulas de Frenet. Curvatura y Torsión. Teorema fundamental de la existencia y unicidad de curvas. Curvas especiales.
- Tema 3: **Superficies en el espacio. Primera forma fundamental:** Superficies regulares. Ejemplos. Plano tangente. Primera forma fundamental.
- Tema 4: **Operador forma. Segunda forma fundamental:** Operador forma. Curvatura normal. Curvaturas principales. Curvatura de Gauss y curvatura media. Segunda forma fundamental. Clasificación de los puntos de una Superficie. Curvas especiales en una superficie.
- Tema 5: **Geometría intrínseca:** El teorema de Gauss. Geodésicas.

#### Actividades a desarrollar en otro idioma

De acuerdo con el plan de estudios, en esta asignatura no son obligatorias actividades en otro idioma.

## 7. Metodología y volumen de trabajo del estudiante

### Descripción

Las clases teóricas se dedicarán a la exposición de contenidos, presentación de ejemplos y resolución de problemas o ejercicios complementarios que hagan más sencilla la comprensión de la materia. Las clases de problemas estarán dedicadas a la resolución de problemas y su posterior corrección y puesta en común. Las clases de seguimiento y tutorías permitirán en unos casos la adquisición de habilidades prácticas y, en otros, servirán para la ilustración de los contenidos teóricos y prácticos.

### Actividades formativas en créditos ECTS, su metodología de enseñanza-aprendizaje y su relación con las competencias que debe adquirir el estudiante

Actividades formativas	Horas presenciales	Horas de trabajo autónomo	Total horas	Relación con competencias
Clases teóricas	30,00	0,00	30,0	[CE6], [CE7], [CG5], [CB5], [CE1], [CE3], [CE4], [CE5]

Clases prácticas (aula / sala de demostraciones / prácticas laboratorio)	27,00	0,00	27,0	[CG3], [CE6], [CE1], [CE3], [CE4]
Estudio/preparación de clases teóricas	0,00	34,00	34,0	[CG3], [CG5], [CB5], [CE1], [CE3], [CE4], [CE5]
Estudio/preparación de clases prácticas	0,00	33,50	33,5	[CG3], [CE6], [CE7], [CG5], [CB5], [CE1], [CE3], [CE4], [CE5]
Preparación de exámenes	0,00	22,50	22,5	[CG3], [CE6], [CE7], [CG5], [CB5], [CE1], [CE3], [CE4], [CE5]
Realización de exámenes	3,00	0,00	3,0	[CE6], [CE7], [CB5], [CE1], [CE4], [CE5]
Total horas	60,00	90,00	150,00	
		Total ECTS	6,00	

## 8. Bibliografía / Recursos

### Bibliografía Básica

Carmo, M. P. do: *Geometría diferencial de curvas y superficies*. Alianza Editorial, 1995.  
 Outerelo, E.; Sánchez, J. M.: *Geometría diferencial elemental de curvas y superficies*. Editorial Sanz y Torres, 2009.

### Bibliografía Complementaria

Montesdeoca, Á.: *Apuntes de Geometría diferencial de curvas y superficies*. Col. Textos Universitario (Consejería de Educación Cultura y Deporte, Gobierno de Canarias), 1996  
 O'Neill, Barret: *Elementos de Geometría Diferencial*. Limusa, 1990.  
 Costa, A. F.; Gamboa, J. M.; Porto, A. M.: *Ejercicios de geometría diferencial de curvas y superficies*. Editorial Sanz y Torres, 2005.  
 Oprea J.: *Differential Geometry and its Applications*. Prentice-Hall, 2004 [BULL]  
 Kuhnel, Wolfgang: *Differential Geometry: Curves - Surfaces - Manifolds*. Student Mathematical Library, American Mathematical Society, 2006.  
 Montiel, S.; Ros, A.: *Curvas y superficies*. Proyecto Sur de Ediciones, 1998.

### Otros Recursos

Aula Virtual de la asignatura.

## 9. Sistema de evaluación y calificación

### Descripción

La evaluación continua se contempla solamente para la primera convocatoria de la asignatura. Consistirá en la realización de dos pruebas de seguimiento y la entrega de una tarea. La configuración de las mismas es la siguiente: • Una primera prueba de seguimiento consistente en la realización de un examen escrito, con una ponderación en la nota final del 49%. Será necesario obtener una puntuación de 5 (sobre 10) para superar esta prueba.

- Entrega de una tarea con una ponderación en la nota final del 1% (\*).
  - Una segunda prueba de seguimiento consistente en la realización de un examen escrito, con una ponderación en la nota final del 50%. Será necesario obtener una puntuación de 5 (sobre 10) para superar esta prueba.
- (\*) Una vez presentadas la primera prueba de seguimiento y esta tarea, se considerará agotada la convocatoria de evaluación continua, según lo especificado en el artículo 4.7 del REC.

Para superar la asignatura mediante la evaluación continua será imprescindible haber superado las dos pruebas de seguimiento. Las pruebas de seguimiento que no hayan sido superadas podrán ser recuperadas en la misma fecha del examen de evaluación única de la primera convocatoria.

La evaluación única consistirá en la realización de un examen final, sobre todos los contenidos de la asignatura, que combine pruebas de desarrollo (50%) con pruebas de ejecución de tareas reales y/o simuladas (50%). Se celebrará en las fechas que el Centro ha designado para esta modalidad de evaluación.

### Estrategia Evaluativa

Tipo de prueba	Competencias	Criterios	Ponderación
Pruebas de desarrollo	[CG3], [CE6], [CG5], [CB5], [CE1], [CE3], [CE4], [CE5]	Se realizarán dos pruebas de seguimiento que incluirán preguntas de desarrollo.	49,50 %
Trabajos y proyectos	[CG3], [CE7], [CE1]	Se deberá presentar un trabajo/memoria por escrito.	1,00 %
Pruebas de ejecuciones de tareas reales y/o simuladas	[CE6], [CE7], [CG5], [CB5], [CE1], [CE3], [CE4], [CE5]	Se realizarán dos pruebas de seguimiento, que incluirán ejercicios prácticos.	49,50 %

### 10. Resultados de Aprendizaje

- Reconocer la naturaleza de los puntos de una curva y una superficie en  $R^3$ .
- Saber calcular e interpretar geoméricamente la curvatura y torsión de una curva.
- Saber calcular e interpretar geoméricamente la curvatura de Gauss, curvatura media y curvaturas principales de una superficie.
- Saber calcular la primera y segunda forma fundamental de una superficie.
- Entender qué elementos determinan la geometría intrínseca de una curva y una superficie.

## 11. Cronograma / calendario de la asignatura

### Descripción

El siguiente cronograma es orientativo y está sujeto a posibles cambios en la distribución de temas y horas de trabajo. También se estiman las semanas donde realizar las pruebas de evaluación continua. Se fijarán en la agenda de tercer curso, en coordinación con el resto de asignaturas del cuatrimestre.

Primer cuatrimestre					
Semana	Temas	Actividades de enseñanza aprendizaje	Horas de trabajo presencial	Horas de trabajo autónomo	Total
Semana 1:	Tema 1	Clases teóricas	4.00	4.00	8.00
Semana 2:	Tema 1	Clases teóricas y prácticas	5.00	4.50	9.50
Semana 3:	Tema 2	Clases teóricas y prácticas	4.00	4.50	8.50
Semana 4:	Tema 2	Clases teóricas y prácticas	5.00	4.50	9.50
Semana 5:	Tema 2	Clases teóricas y prácticas	4.00	4.50	8.50
Semana 6:	Tema 3 Primer seguimiento	Clases teóricas y prácticas Prueba de seguimiento	5.50	13.50	19.00
Semana 7:	Tema 3	Clases teóricas y prácticas	4.00	4.50	8.50
Semana 8:	Tema 3	Clases teóricas y prácticas	4.00	4.50	8.50
Semana 9:	Tema 4	Clases teóricas y prácticas	5.00	4.50	9.50
Semana 10:	Tema 4	Clases teóricas y prácticas	4.00	4.50	8.50
Semana 11:	Tema 4	Clases teóricas y prácticas	2.00	4.50	6.50
Semana 12:	Tema 4	Clases teóricas y prácticas Entrega de tarea	4.00	11.00	15.00
Semana 13:	Tema 5	Clases teóricas y prácticas	4.00	7.00	11.00
Semana 14:	Tema 5 Segundo seguimiento	Clases teóricas y prácticas Prueba de seguimiento	5.50	14.00	19.50
Semana 15:			0.00	0.00	0.00
<b>Total</b>			<b>60.00</b>	<b>90.00</b>	<b>150.00</b>

