

# **Facultad de Ciencias**

## **Graduado/a en Matemáticas**

**GUÍA DOCENTE DE LA ASIGNATURA :**

**Geometría Diferencial de Curvas y Superficies**  
**(2024 - 2025)**

## 1. Datos descriptivos de la asignatura

<b>Asignatura: Geometría Diferencial de Curvas y Superficies</b>	<b>Código: 549583105</b>
<ul style="list-style-type: none"><li>- Centro: <b>Facultad de Ciencias</b></li><li>- Lugar de impartición: <b>Facultad de Ciencias</b></li><li>- Titulación: <b>Graduado/a en Matemáticas</b></li><li>- Plan de Estudios: <b>G058 (Publicado en 2019-11-27)</b></li><li>- Rama de conocimiento: <b>Ciencias</b></li><li>- Itinerario / Intensificación:</li><li>- Departamento/s: <b>Matemáticas, Estadística e Investigación Operativa</b></li><li>- Área/s de conocimiento: <b>Geometría y Topología</b></li><li>- Curso: <b>3</b></li><li>- Carácter: <b>Obligatoria</b></li><li>- Duración: <b>Primer cuatrimestre</b></li><li>- Créditos ECTS: <b>6,0</b></li><li>- Modalidad de impartición: <b>Presencial</b></li><li>- Horario: <b>Enlace al horario</b></li><li>- Dirección web de la asignatura: <b><a href="http://www.campusvirtual.ull.es">http://www.campusvirtual.ull.es</a></b></li><li>- Idioma: <b>Español</b></li></ul>	

## 2. Requisitos de matrícula y calificación

No existen requisitos para cursar esta asignatura.

## 3. Profesorado que imparte la asignatura

<b>Profesor/a Coordinador/a: DAVID BALDOMERO IGLESIAS PONTE</b>
- Grupo: <b>Teoría, PA101 y PA102</b>
<b>General</b> <ul style="list-style-type: none"><li>- Nombre: <b>DAVID BALDOMERO</b></li><li>- Apellido: <b>IGLESIAS PONTE</b></li><li>- Departamento: <b>Matemáticas, Estadística e Investigación Operativa</b></li><li>- Área de conocimiento: <b>Geometría y Topología</b></li></ul>

**Contacto**

- Teléfono 1: **922 316502 (ext. 6909)**
- Teléfono 2:
- Correo electrónico: **diglesia@ull.es**
- Correo alternativo: **diglesia@ull.edu.es**
- Web: **<http://www.campusvirtual.ull.es>**

**Tutorías primer cuatrimestre:**

Desde	Hasta	Día	Hora inicial	Hora final	Localización	Despacho
Todo el cuatrimestre		Martes	09:00	12:00	Edificio de Física y Matemáticas - AN.2B	61
Todo el cuatrimestre		Viernes	09:00	12:00	Edificio de Física y Matemáticas - AN.2B	61

Observaciones: Observaciones: Estos horarios de tutorías pueden sufrir modificaciones puntuales, que serán notificadas en las correspondientes aulas virtuales.

**Tutorías segundo cuatrimestre:**

Desde	Hasta	Día	Hora inicial	Hora final	Localización	Despacho
Todo el cuatrimestre		Martes	09:00	12:00	Edificio de Física y Matemáticas - AN.2B	61
Todo el cuatrimestre		Jueves	09:00	12:00	Edificio de Física y Matemáticas - AN.2B	61

Observaciones: Observaciones: Estos horarios de tutorías pueden sufrir modificaciones puntuales, que serán notificadas en las correspondientes aulas virtuales.

#### 4. Contextualización de la asignatura en el plan de estudio

Bloque formativo al que pertenece la asignatura: **Geometría y Topología**  
Perfil profesional: **Graduado/a en Matemáticas**

#### 5. Competencias

Generales

**CG3** - Desarrollar las capacidades analíticas y de abstracción, la intuición y el pensamiento lógico y riguroso a través del estudio de la Matemática.

**CG5** - Preparar para posteriores estudios especializados, tanto en una disciplina matemática como en cualquiera de las ciencias que requieran buenos fundamentos matemáticos.

#### Básicas

**CB5** - Que los estudiantes hayan desarrollado aquellas habilidades de aprendizaje necesarias para emprender estudios posteriores con un alto grado de autonomía.

#### Específicas

**CE1** - Comprender y utilizar el lenguaje matemático. Adquirir la capacidad para enunciar proposiciones en distintos campos de la Matemática, para construir demostraciones y para transmitir los conocimientos matemáticos adquiridos.

**CE3** - Asimilar la definición de un nuevo objeto matemático, en términos de otros ya conocidos, y ser capaz de utilizar este objeto en diferentes contextos.

**CE4** - Saber abstraer las propiedades estructurales (de objetos matemáticos, de la realidad observada, y de otros ámbitos) distinguiéndolas de aquellas puramente ocasionales y poder comprobarlas con demostraciones o refutarlas con contraejemplos, así como identificar errores en razonamientos incorrectos.

**CE5** - Aprender de manera autónoma nuevos conocimientos y técnicas de las Matemáticas.

**CE6** - Proponer, analizar, validar e interpretar modelos de situaciones reales sencillas, utilizando las herramientas matemáticas más adecuadas a los fines que se persigan.

**CE7** - Resolver problemas de Matemáticas, mediante habilidades de cálculo básico y otros, planificando su resolución en función de las herramientas de que se disponga y de las restricciones de tiempo y recursos.

## 6. Contenidos de la asignatura

### Contenidos teóricos y prácticos de la asignatura

- Tema 1: **Curvas en el plano y en el espacio:** Curvas parametrizadas. Longitud de una curva. Reparametrizaciones. Curvas geométricas.
- Tema 2: **Triedro de Frenet. Curvatura y torsión de una curva:** Triedro de Frenet. Fórmulas de Frenet. Curvatura y Torsión. Teorema fundamental de la existencia y unicidad de curvas. Curvas especiales.
- Tema 3: **Superficies en el espacio. Primera forma fundamental:** Superficies regulares. Ejemplos. Plano tangente. Primera forma fundamental.
- Tema 4: **Curvaturas. Segunda forma fundamental:** Operador forma. Curvatura normal. Curvaturas principales. Curvatura de Gauss y curvatura media. Segunda forma fundamental. Clasificación de los puntos de una superficie. Curvas especiales en una superficie.
- Tema 5: **Geometría intrínseca:** El teorema de Gauss. Geodésicas.

### Actividades a desarrollar en otro idioma

De acuerdo con el plan de estudios, en esta asignatura no son obligatorias actividades en otro idioma.

## 7. Metodología y volumen de trabajo del estudiante

### Descripción

Las clases teóricas se dedicarán a la exposición de contenidos, presentación de ejemplos que ilustren los resultados teóricos, y resolución de ejercicios complementarios que hagan más sencilla la comprensión de la materia.

Las clases de problemas estarán dedicadas a la resolución de ejercicios por parte del alumnado y su posterior corrección y puesta en común.

El estudiantado no podrá hacer un uso de la Inteligencia Artificial que pueda impedir su crecimiento académico personal o impedirle comprender los conceptos de esta asignatura.

### Actividades formativas en créditos ECTS, su metodología de enseñanza-aprendizaje y su relación con las competencias que debe adquirir el estudiante

Actividades formativas	Horas presenciales	Horas de trabajo autónomo	Total horas	Relación con competencias
Clases teóricas	30,00	0,00	30,0	[CE1], [CE7], [CE4], [CB5], [CE3], [CG5], [CE6], [CE5]
Clases prácticas (aula / sala de demostraciones / prácticas laboratorio)	27,00	0,00	27,0	[CE1], [CG3], [CE6], [CE3], [CE4]
Estudio/preparación de clases teóricas	0,00	34,00	34,0	[CE1], [CE4], [CB5], [CE3], [CG5], [CE5], [CG3]
Estudio/preparación de clases prácticas	0,00	33,50	33,5	[CE1], [CE7], [CE4], [CB5], [CE3], [CG5], [CE6], [CE5], [CG3]
Preparación de exámenes	0,00	22,50	22,5	[CE1], [CE7], [CE4], [CB5], [CE3], [CG5], [CE6], [CE5], [CG3]
Realización de exámenes	3,00	0,00	3,0	[CE1], [CE7], [CE4], [CB5], [CE6], [CE5]
Total horas	60,00	90,00	150,00	
		Total ECTS	6,00	

## 8. Bibliografía / Recursos

### Bibliografía Básica

Carmo, M. P. do: *Geometría diferencial de curvas y superficies*. Alianza Editorial, 1995.

Outereiro, E.; Sánchez, J. M.: *Geometría diferencial elemental de curvas y superficies*. Editorial Sanz y Torres, 2009.

### Bibliografía Complementaria

Abate M., Tovena, F.: *Curves and Surfaces*, Unitext, Springer, 2012

Costa, A. F.; Gamboa, J. M.; Porto, A. M.: *Ejercicios de geometría diferencial de curvas y superficies*. Editorial Sanz y Torres, 2005.

Montesdeoca, Á.: *Apuntes de Geometría diferencial de curvas y superficies*. Col. Textos Universitario (Consejería de Educación Cultura y Deporte, Gobierno de Canarias), 1996

Montiel, S.; Ros, A.: *Curvas y superficies*. Proyecto Sur de Ediciones, 1998.

O'Neill, Barrett: *Elementos de Geometría Diferencial*. Limusa, 1990.

Oprea J.: *Differential Geometry and its Applications*. Prentice-Hall, 2004 [BULL]

Tapp, Kristopher: *Differential Geometry of Curves and Surfaces*. Undergraduate Texts in Mathematics, 2016

### Otros Recursos

La asignatura dispondrá de un aula virtual dentro del Campus Virtual de la Universidad de La Laguna, donde estará a disposición de los alumnos la guía de cada tema, el listado de ejercicios y problemas, así como recursos visuales para una mejor comprensión de algunos resultados. Se utilizará algún software (Matlab y/o Geogebra) para la representación de curvas y superficies, y el cálculo de sus elementos asociados.

## 9. Sistema de evaluación y calificación

### Descripción

El procedimiento de evaluación se rige por el vigente Reglamento de Evaluación y Calificación de la ULL y lo dispuesto en la Memoria de Modificación del Grado en Matemáticas (febrero de 2019).

#### **Evaluación continua**

La evaluación continua se contempla solamente para la primera convocatoria de la asignatura. Consistirá en la realización de dos pruebas de seguimiento, la exposición de problemas y la entrega de una tarea. La ponderación de las actividades en la evaluación continua es la siguiente:

- Exposición de problemas: 5% de la calificación final.
- Entrega de una tarea: 10% de la calificación final.
- Primer seguimiento: 42,5% de la calificación final.
- Segundo seguimiento: 42,5% de la calificación final.

Los seguimientos que no hayan sido superados podrán ser recuperados en la misma fecha del examen de evaluación única de la primera convocatoria.

La superación de la asignatura exigirá obtener al menos 5 puntos sobre 10 en cada una de las actividades evaluativas. En caso de no superar la asignatura por incumplir esta condición, a pesar de que la puntuación total iguale o supere los 5.0 puntos, la calificación final de la asignatura será de suspenso 4.5.

**Se entenderá agotada la convocatoria (se reflejará la calificación en el acta)** desde que el alumnado se presente al Segundo seguimiento. En caso contrario será calificado en el acta con un "No presentado".

**Evaluación única.** La evaluación única consistirá en la realización de un examen final, sobre todos los contenidos de la asignatura, que combine pruebas de desarrollo (50%) con pruebas de ejecución de tareas reales y/o simuladas (50%). Se celebrará en las fechas que el Centro ha designado para esta modalidad de evaluación.

Para que el estudiante pueda optar a la evaluación única deberá comunicarlo a través del procedimiento habilitado en el aula virtual de la asignatura antes de la finalización del periodo de docencia del primer cuatrimestre.

**Quinta o posteriores convocatorias.** El alumnado que se encuentre en la quinta o posteriores convocatorias y desee ser evaluado por un Tribunal, deberá presentar una solicitud a través del procedimiento habilitado en la sede electrónica, dirigida a la Decana de Ciencias. Dicha solicitud deberá realizarse con una antelación mínima de diez días hábiles al comienzo del periodo de exámenes.

#### **Estrategia Evaluativa**

Tipo de prueba	Competencias	Criterios	Ponderación
Pruebas de desarrollo	[CE1], [CE4], [CB5], [CE3], [CG5], [CE6], [CE5], [CG3]	Se realizarán dos pruebas de seguimiento que incluirán preguntas de desarrollo, con ponderación similar.	42,50 %
Trabajos y proyectos	[CE1], [CE7], [CG3]	Se deberá presentar un trabajo/memoria por escrito.	10,00 %
Pruebas de ejecuciones de tareas reales y/o simuladas	[CE1], [CE7], [CE4], [CB5], [CE3], [CG5], [CE6], [CE5]	Se realizarán dos pruebas de seguimiento, que incluirán ejercicios prácticos, con ponderación similar.	42,50 %

Exposición de problemas en clases prácticas.	[CE7], [CG3], [CE6], [CB5]	Exposición de ejercicios resueltos en las clases de problemas.	5,00 %
--	----------------------------	--	--------

## 10. Resultados de Aprendizaje

- Reconocer la naturaleza de los puntos de una curva y una superficie en  $R^3$ .
- Saber calcular e interpretar geoméricamente la curvatura y torsión de una curva.
- Saber calcular e interpretar geoméricamente la curvatura de Gauss, curvatura media y curvaturas principales de una superficie.
- Saber calcular la primera y segunda forma fundamental de una superficie.
- Entender qué elementos determinan la geometría intrínseca de una curva y una superficie.

## 11. Cronograma / calendario de la asignatura

### Descripción

El siguiente cronograma es orientativo y está sujeto a posibles cambios en la distribución de temas y horas de trabajo. También se estiman las semanas donde realizar las pruebas de evaluación continua. Se fijarán en la agenda de tercer curso, en coordinación con el resto de asignaturas del cuatrimestre.

Primer cuatrimestre					
Semana	Temas	Actividades de enseñanza aprendizaje	Horas de trabajo presencial	Horas de trabajo autónomo	Total
Semana 1:	Tema 1	Clases teóricas	4.00	4.00	8.00
Semana 2:	Tema 1	Clases teóricas y prácticas	4.00	4.50	8.50
Semana 3:	Tema 2	Clases teóricas y prácticas	4.00	4.50	8.50
Semana 4:	Tema 2	Clases teóricas y prácticas	5.00	5.50	10.50
Semana 5:	Tema 2	Clases teóricas y prácticas	4.00	4.50	8.50
Semana 6:	Tema 3 Primer seguimiento	Clases teóricas y prácticas	5.50	13.50	19.00
Semana 7:	Tema 3	Clases teóricas y prácticas	4.00	4.50	8.50
Semana 8:	Tema 3	Clases teóricas y prácticas	4.00	4.50	8.50
Semana 9:	Tema 4	Clases teóricas y prácticas	4.00	4.50	8.50
Semana 10:	Tema 4	Clases teóricas y prácticas	4.00	4.50	8.50



Semana 11:	Tema 4	Clases teóricas y prácticas	4.00	4.50	8.50
Semana 12:	Tema 4	Clases teóricas y prácticas	4.00	7.00	11.00
Semana 13:	Tema 5	Clases teóricas y prácticas Entrega de tarea	4.00	11.00	15.00
Semana 14:	Tema 5 Segundo seguimiento	Clases teóricas y prácticas	5.50	13.00	18.50
Semana 15 a 17:		Recuperación de seguimientos / Evaluación única (3 horas)	0.00	0.00	0.00
Total			60.00	90.00	150.00